

π DDベクターを用いたstrongly Wilf-equivalent classの発見

井上 祐馬^{1,2} 戸田 貴久³ 湊 真一^{1,2}

北海道大学 大学院情報科学研究科¹

JST ERATO湊離散構造処理系プロジェクト²

電気通信大学 大学院情報システム学研究科³

順列パターンの出現

[定義] テキスト順列 $p = (p_1 p_2 \dots p_n)$ にパターン順列 $\sigma = (\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_m)$ が出現 $\Leftrightarrow \sigma$ と同じ順序関係を持つ p の部分列が存在

例) テキスト順列 $p = (4 2 1 3)$ にパターン順列 $\sigma = (3 1 2)$ は2回出現している: $(4 \underline{2} 1 3)$, $(4 2 \underline{1} 3)$

strong Wilf-equivalence

$F_n^{(k)}(\sigma)$: パターン順列 σ がちょうど k 回出現するような長さ n のテキスト順列の集合

[定義] 2つのパターン順列 σ と τ がstrongly Wilf-equivalent \Leftrightarrow すべての k について $|F_n^{(k)}(\sigma)| = |F_n^{(k)}(\tau)|$

研究目的

順列パターンは数学者の間で盛んに研究されているが, strong Wilf-equivalenceは複雑なため研究結果が少ない

補助ツールとして貢献

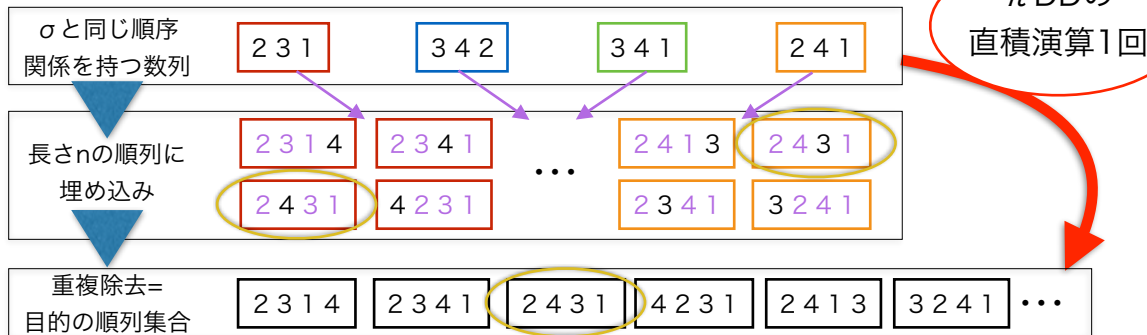
小さな n について $F_n^{(k)}(\sigma)$ を計算機的に列挙・計数し, strong Wilf-equivalenceが成立し得るか判定, 成立しない場合はその反例を提示

既存研究

○パターン順列 σ が1回以上出現するような長さ n のすべてのテキスト順列を圧縮列挙するアルゴリズムとして, π DD(右記参照)を用いた手法を既に提案している[井上2013]

[概略] σ が出現する長さ n のすべてのテキスト順列を列挙するには, σ と同じ順序関係を持つすべての数列を埋め込めばよい.

例) $n=4, \sigma=(2 3 1)$



π DDの直積演算1回

π DDには, 複数の順列を複数の並べ方に並べ替える演算(直積演算)が実装されている. (1) σ と同じ順序関係を表す π DDと, (2) 並べ替えを表す π DD, の2つの π DDを用意すると, 1回の直積演算でパターン順列 σ が1回以上出現するテキスト順列集合の π DDが得られる.

提案手法

○異なる並べ替えから同じ順列が得られる $\Leftrightarrow \sigma$ の異なる出現
→ 順列の重複数 = σ の出現回数

○ π DDは重み無し順列集合を表すため演算では重複が取り除かれ, 重複数が数えられない.
→ 重み付き順列集合を表す π DDベクター(右記参照)を用いる.

○ π DDベクターの直積は提案されておらず, 本研究で初めて提案. また, 重み付き集合を表す π DDベクターから重みがちょうど k である集合を表す π DDに分割する効率的なアルゴリズムも提案.

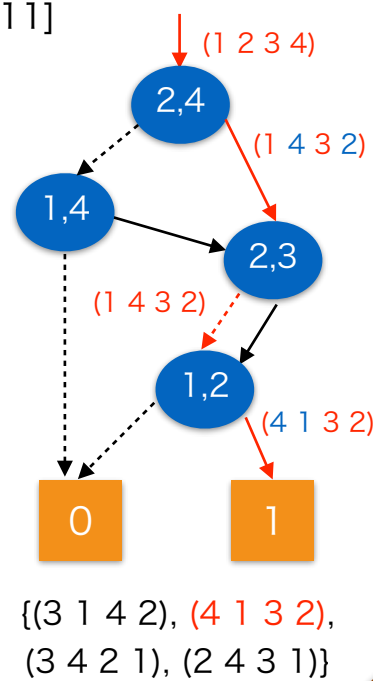
π DD

○順列集合を表現する二分決定グラフ[湊2011]

○根から1-終端節点への1つのパスが, 集合に含まれる1つの順列に対応

○パスが節点 (x,y) から出る実線枝を通るとき, x 番目の要素と y 番目の要素を交換

○順列集合をコンパクトに表現だけでなく, 2つの π DD同士の演算(和集合・積集合等)も圧縮したまま圧縮サイズに依存する時間で可能

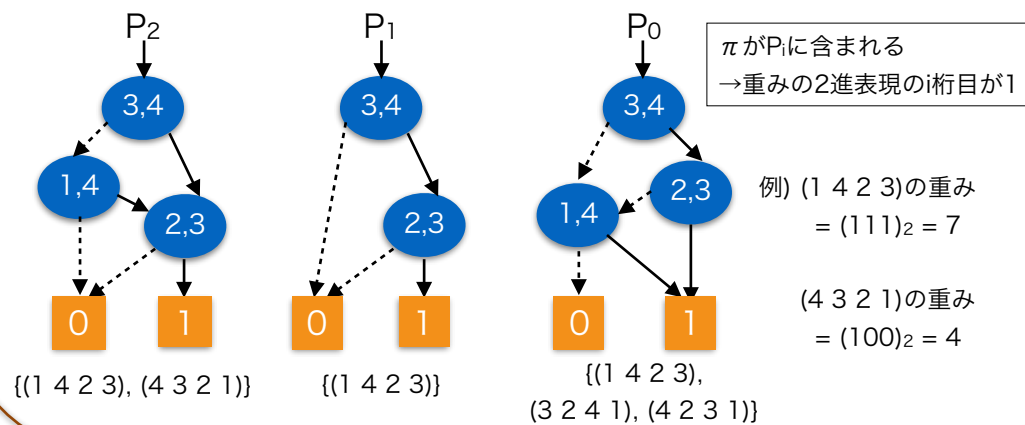


π DDベクター

π DD: 順列の重み無し集合を扱うデータ構造

π DDベクター: 順列の重み付き集合を表すデータ構造[川原2011]

複数の π DDを並べ, 2進数とみなすことで, 重み付き集合を効率的に表現

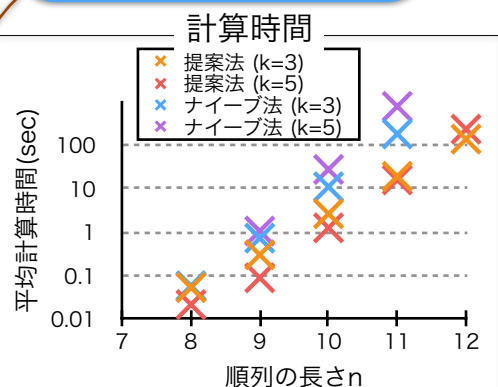


実験設定

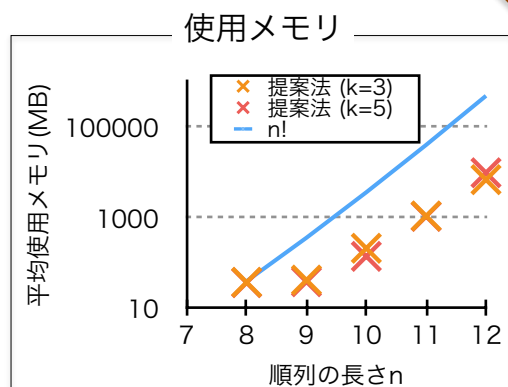
○テキスト順列の長さ n とパターン順列の長さ m を指定し, 長さ m のすべての順列 σ に対し, $F_n^{(k)}(\sigma)$ を列挙

○提案手法とナイーブ法とを比較
ナイーブ法: 長さ n すべての順列を列挙し, それぞれすべての部分列に対して順序関係を判定

実験結果



○ $n=10$ で10倍程度高速



○要素数より増加率が低い

今後の展望

○メモリがボトルネックなので省メモリ化

○発見できた候補は自明なものばかりなので, 更なる実験を行う

○定義が拡張されたパターンへの対応・実験