

# BDDを用いたオンラインアルゴリズムの 自動解析

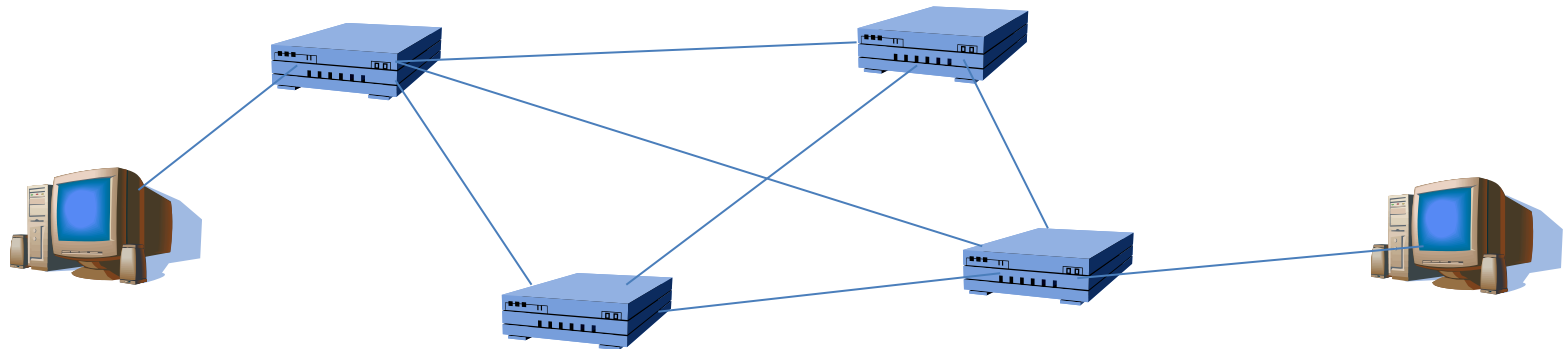
JST ERATO 湊離散構造処理系

プロジェクト 研究員

川原 純

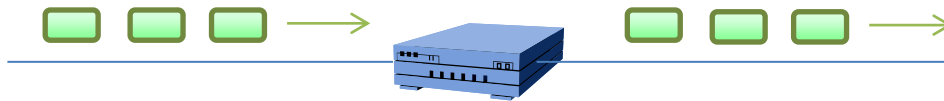
# オンラインバッファ管理問題

- TCP/IP ネットワーク



# オンラインバッファ管理問題

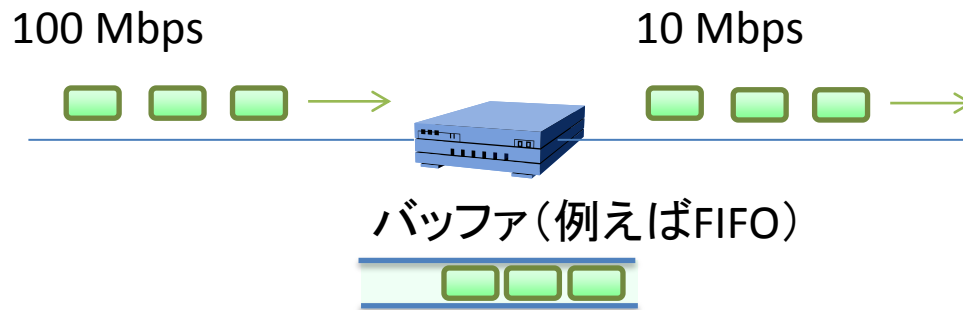
- 1台のルータに着目



ルータは受け取ったパケットを  
一度**バッファに溜めて**から  
宛先へ送信する

# オンラインバッファ管理問題

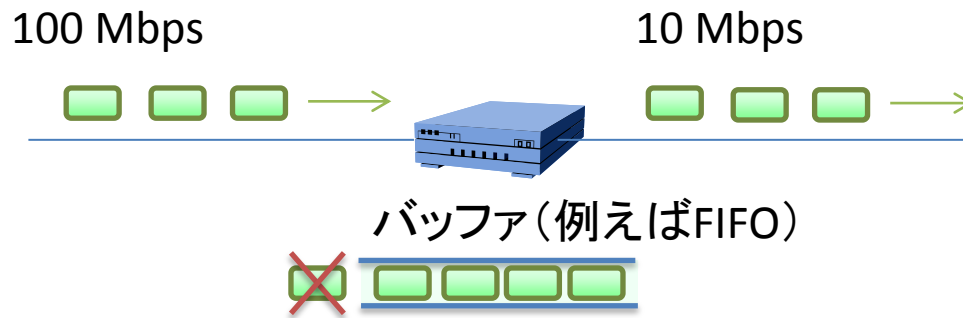
- 1台のルータに着目



ルータは受け取ったパケットを  
一度**バッファに溜めて**から  
宛先へ送信する

# オンラインバッファ管理問題

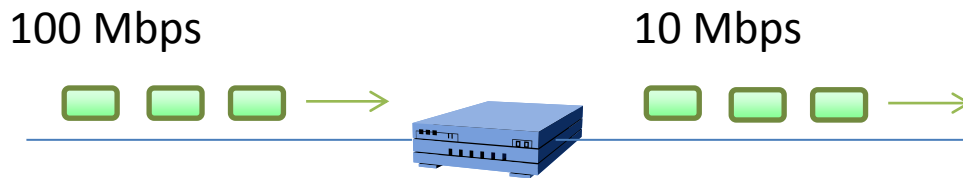
- 1台のルータに着目



バッファから溢れたパケットは  
破棄される

# オンラインバッファ管理問題

- 1台のルータに着目



バッファ(例えばFIFO)



バッファから溢れたパケットは  
破棄される

課題

どのパケットを破棄すべきか？

例えば...

- ・パケットの価値が異なる
- ・各パケットに deadline

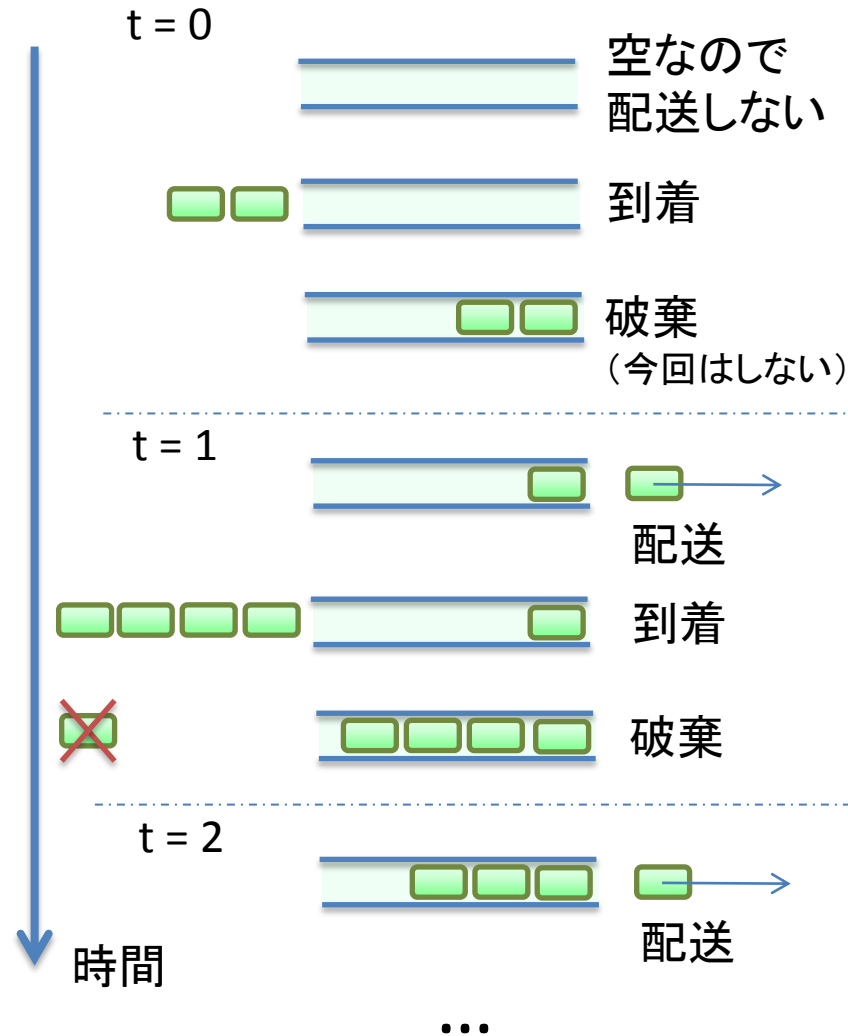
パケットの到着情報は**未知** → オンライン問題

# 設定

- 時刻は離散的 ( $t = 0, 1, 2, \dots$ )
- 各時刻は3つのフェーズからなる
  - 配送フェーズ
  - 到着フェーズ
  - 破棄フェーズ

# 設定

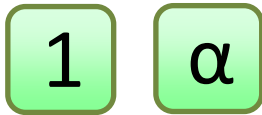
- 時刻は離散的 ( $t = 0, 1, 2, \dots$ )
- 各時刻は3つのフェーズからなる
  - 配送フェーズ
  - 到着フェーズ
  - 破棄フェーズ





# モデル

- Two-Valued



パケットの価値が 1 と  $\alpha (> 1)$  の2値  
他に General-Valued

- preemptive/non-preemptive



バッファに入れたパケットを  
破棄するのを認める / 認めない

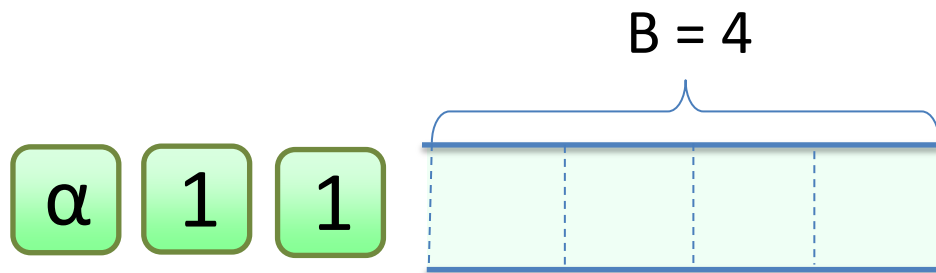
- FIFO か否か



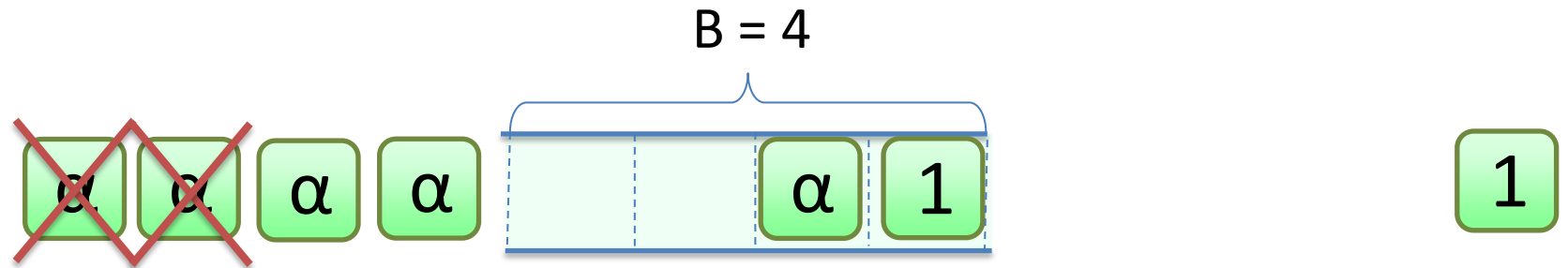
パケットの配送は  
バッファの先頭からのみか  
そうでないか

(non-preemptive なら影響なし)

# 例：Two-Valued, non-preemptive, FIFO

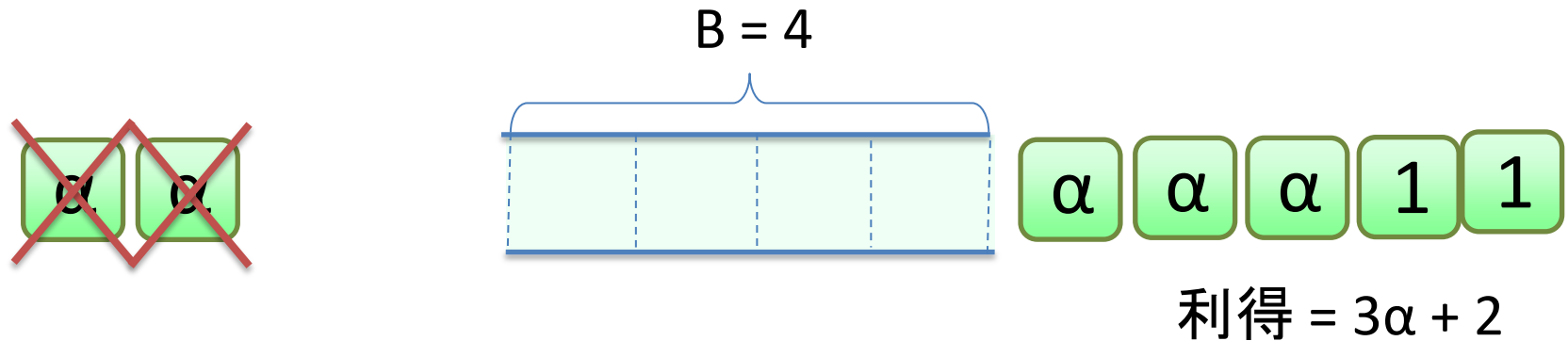


# 例：Two-Valued, non-preemptive, FIFO

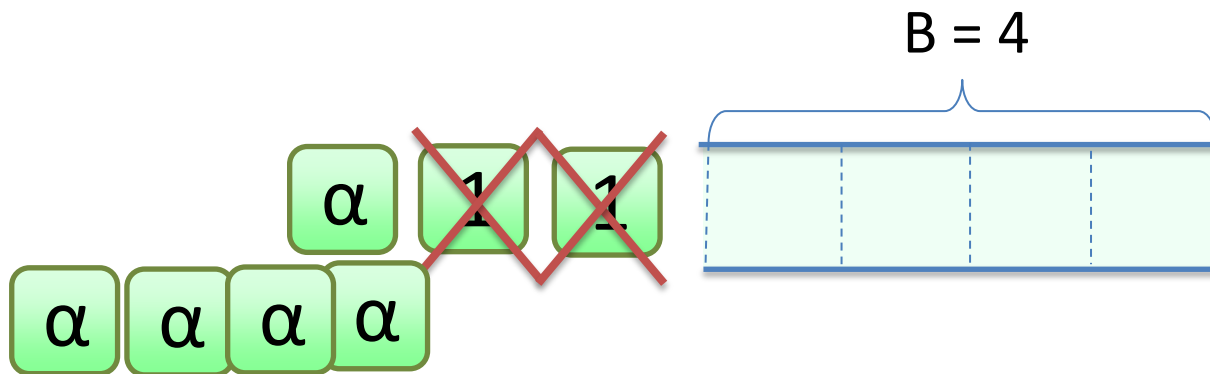


$$\text{利得} = 3\alpha + 2$$

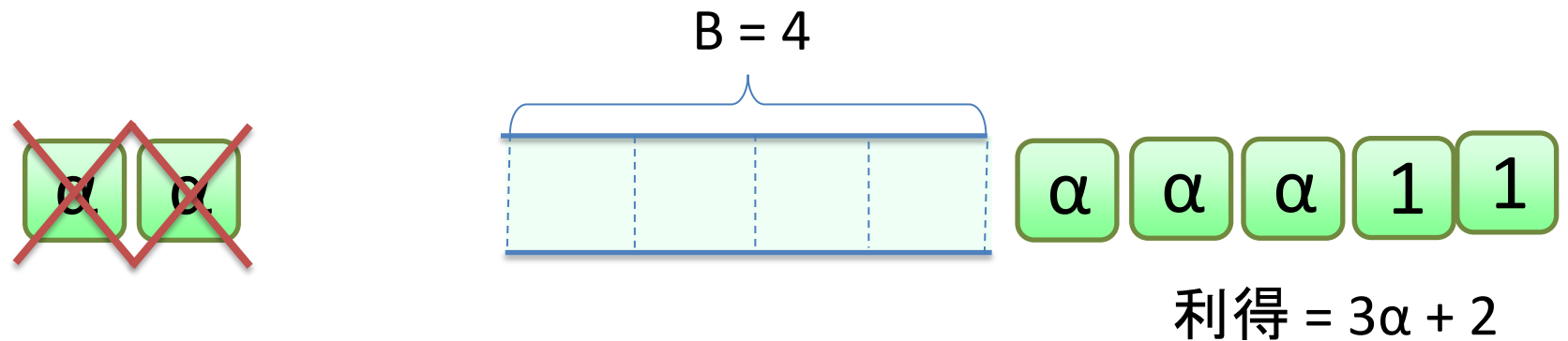
# 例：Two-Valued, non-preemptive, FIFO



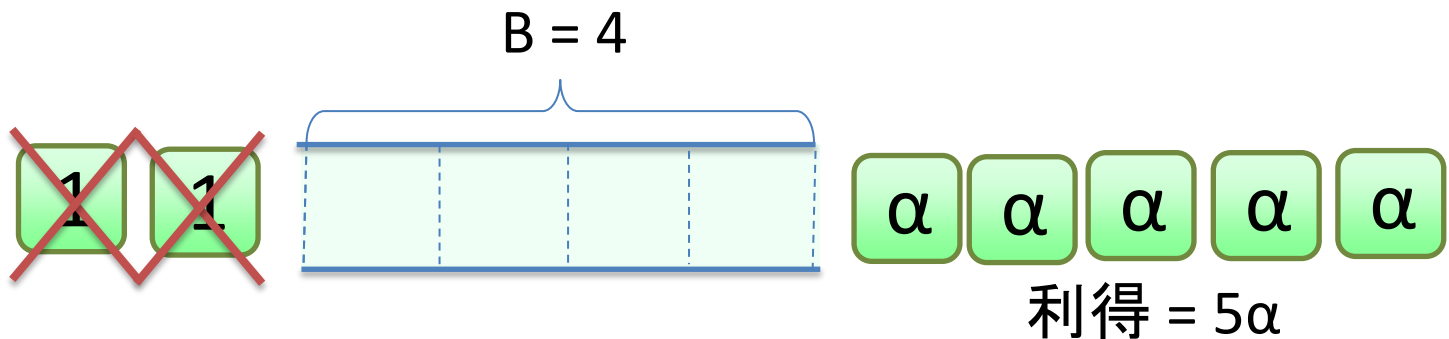
もしすべての入力に分かっていたら...



# 例：Two-Valued, non-preemptive, FIFO



もしすべての入力に分かっていたら...



# オンラインアルゴリズムと競合比解析

- オンラインアルゴリズムの評価には競合比解析が用いられることが多い

$$\text{(ある入力に対する) 競合比} = \frac{\text{入力が既知と仮定したときの利得}}{\text{アルゴリズムの利得}}$$

$$\frac{5\alpha}{3\alpha + 2}$$

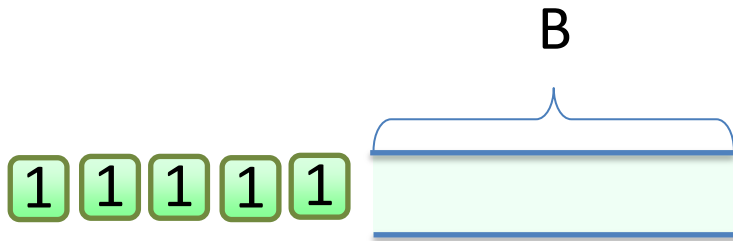
例えば  $\alpha = 2$  なら  $10/8 = 1.25$

アルゴリズムの競合比 = すべての入力に対する競合比の**最悪値**

競合比が小さくなる(1になるべく近い)ようなアルゴリズムの設計 → 最悪時評価

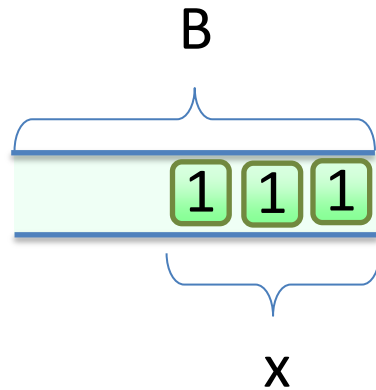
# Two-Valued, non-preemptive, FIFO

- Two-Valued, non-preemptive, FIFO モデルの競合比
    - 上限  $2 - 1/\alpha$
    - 下限  $2 - 1/\alpha$
- [W. A. Aiello, et al. 2000]
- randomized でも同様



# Two-Valued, non-preemptive, FIFO

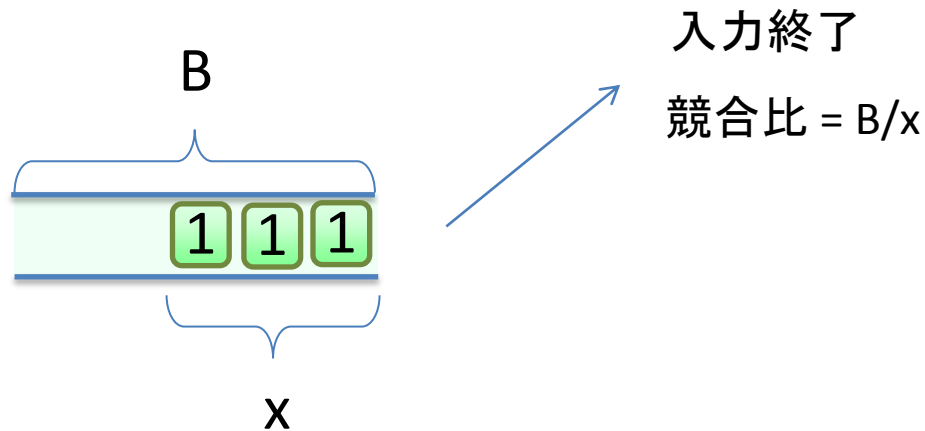
- Two-Valued, non-preemptive, FIFO モデルの競合比
  - 上限  $2 - 1/\alpha$
  - 下限  $2 - 1/\alpha$  [W. A. Aiello, et al. 2000]





# Two-Valued, non-preemptive, FIFO

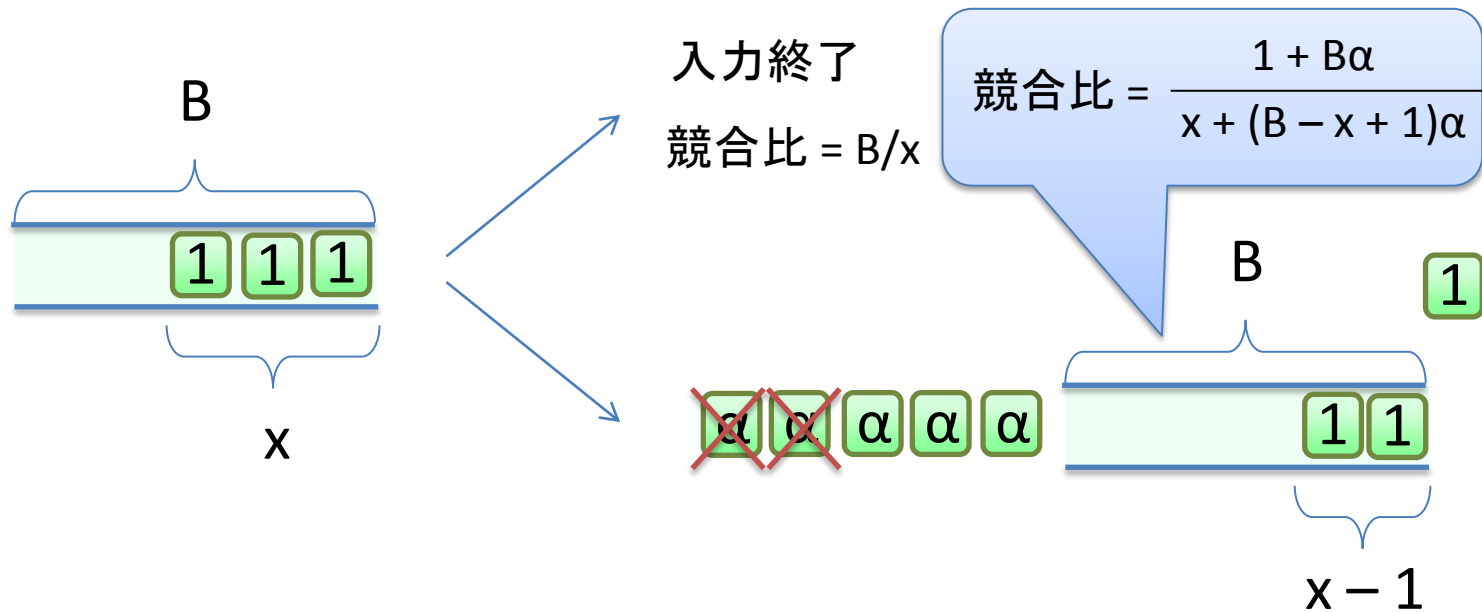
- Two-Valued, non-preemptive, FIFO モデルの競合比
    - 上限  $2 - 1/\alpha$
    - 下限  $2 - 1/\alpha$
- [W. A. Aiello, et al. 2000]



# Two-Valued, non-preemptive, FIFO

- Two-Valued, non-preemptive, FIFO モデルの競合比
  - 上限  $2 - 1/\alpha$
  - 下限  $2 - 1/\alpha$

[W. A. Aiello, et al. 2000]



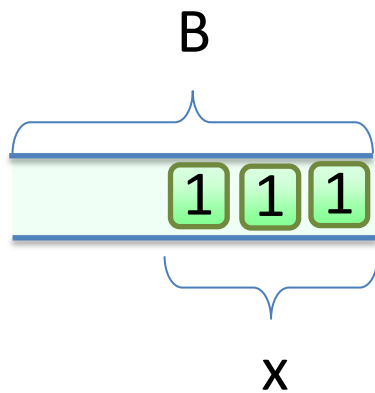
# Two-Valued, non-preemptive, FIFO

- Two-Valued, non-preemptive, FIFO での競争比
  - 上限  $2 - 1/\alpha$
  - 下限  $2 - 1/\alpha$

[W. A. Aiello, et al. 2000]

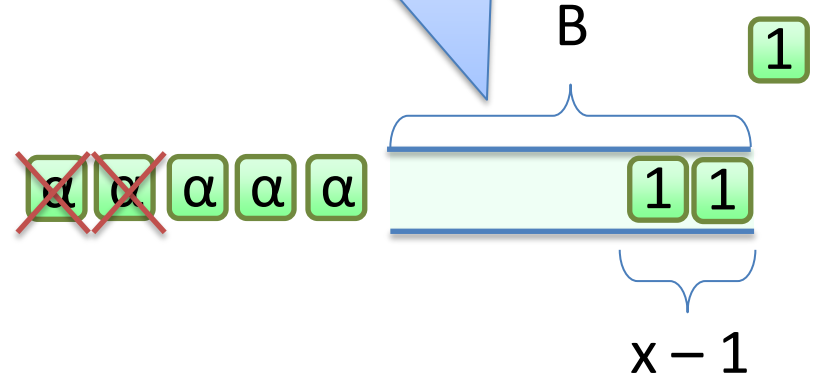
$$\max \left\{ \frac{B}{x}, \frac{1 + B\alpha}{x + (B - x + 1)\alpha} \right\}$$

を最小にするような  $x$  を求める  
 $B \rightarrow \infty$  にすると  $2 - 1/\alpha$

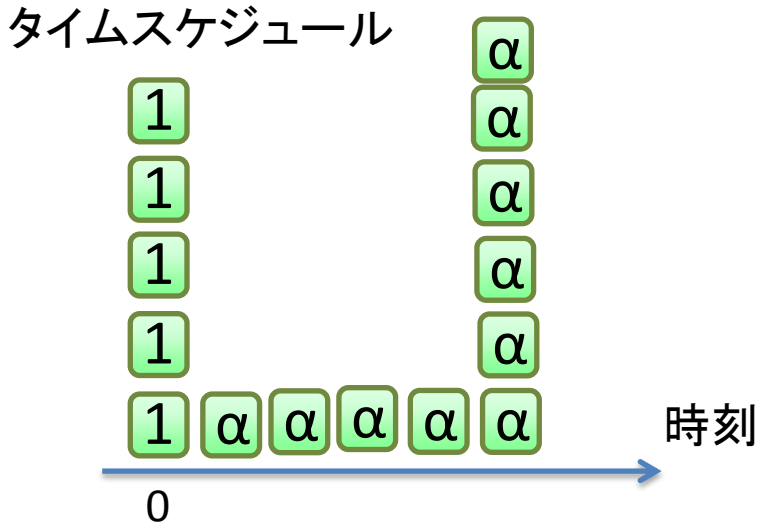
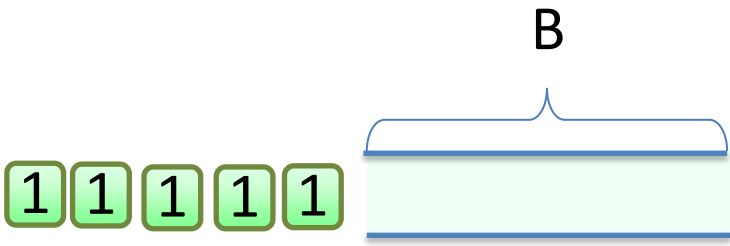


入力終了  
 競争比 =  $B/x$

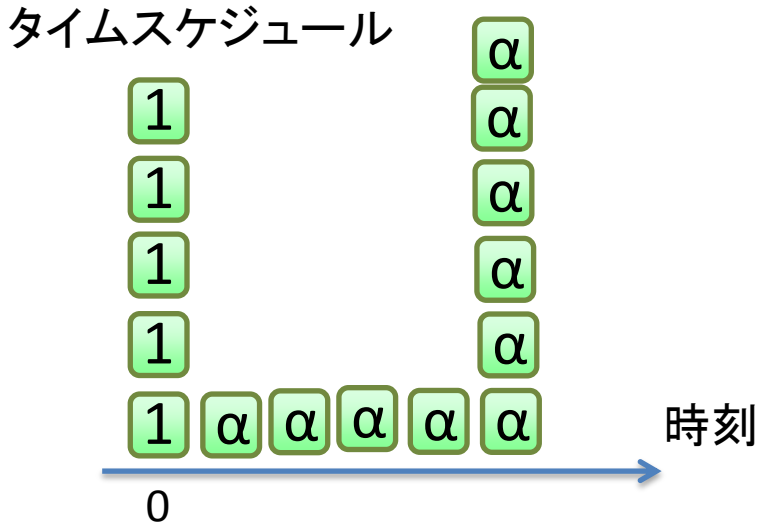
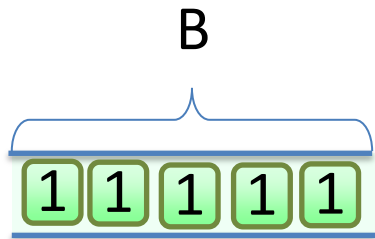
$$\text{競争比} = \frac{1 + B\alpha}{x + (B - x + 1)\alpha}$$



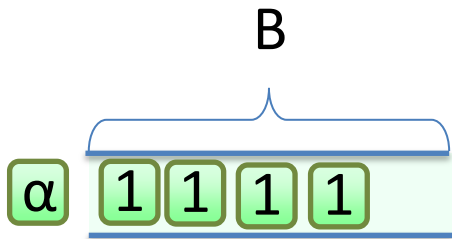
# Two-Valued, preemptive, FIFO



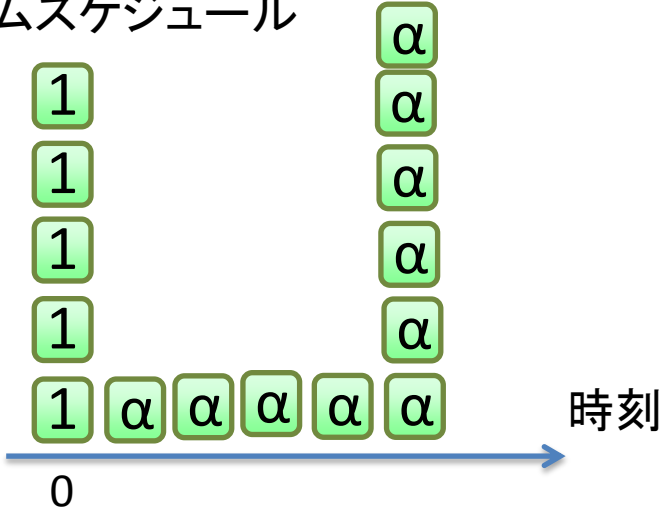
# Two-Valued, preemptive, FIFO



# Two-Valued, preemptive, FIFO

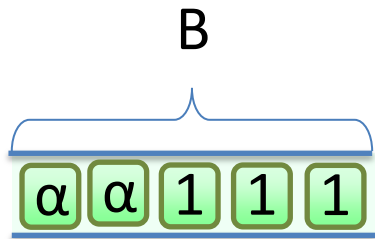


タイムスケジュール

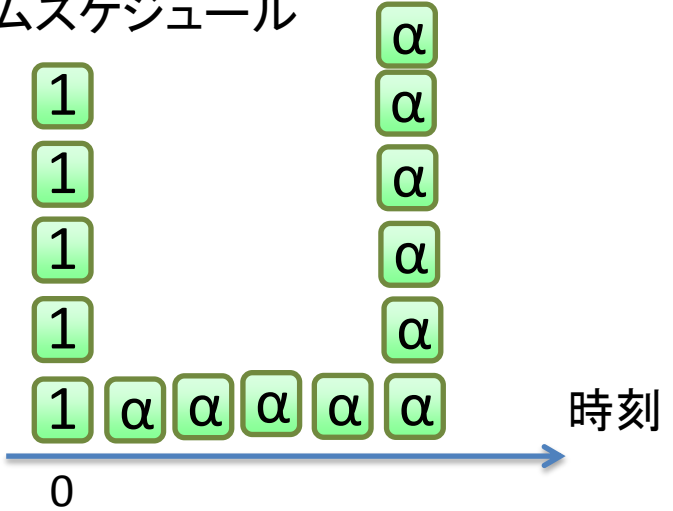




# Two-Valued, preemptive, FIFO

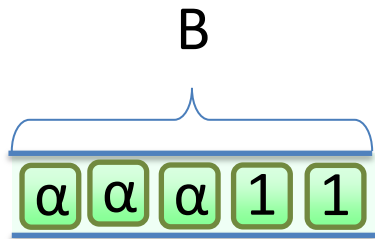


タイムスケジュール

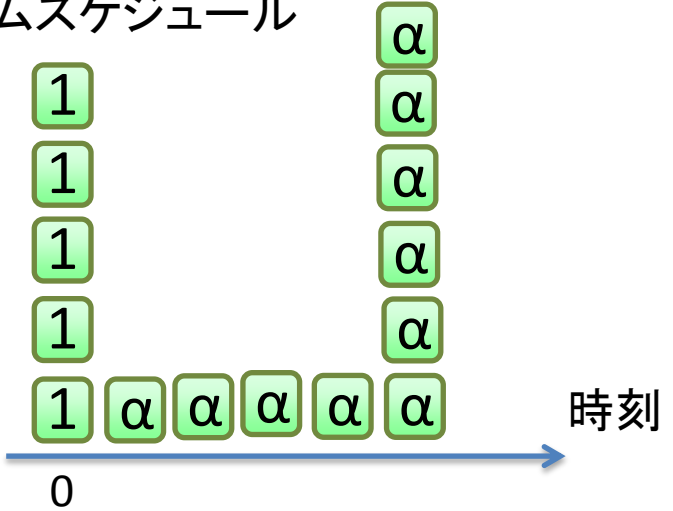




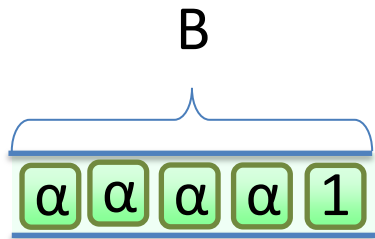
# Two-Valued, preemptive, FIFO



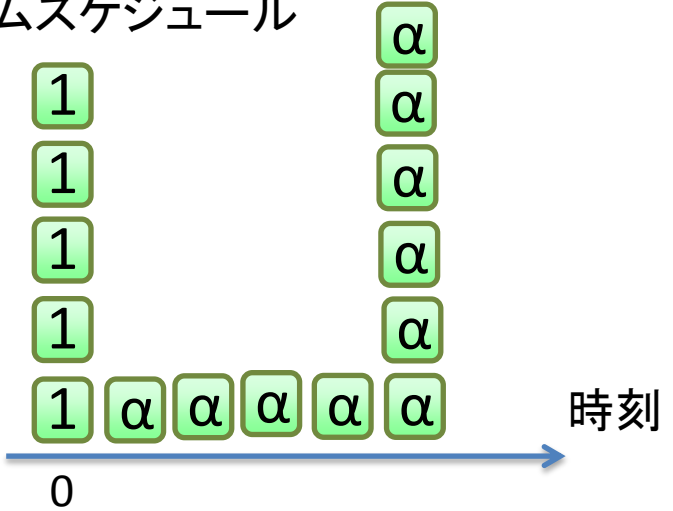
タイムスケジュール



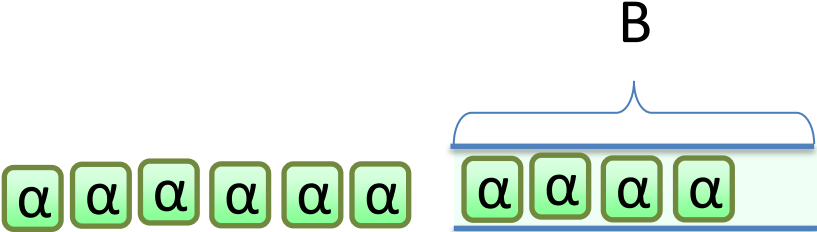
# Two-Valued, preemptive, FIFO



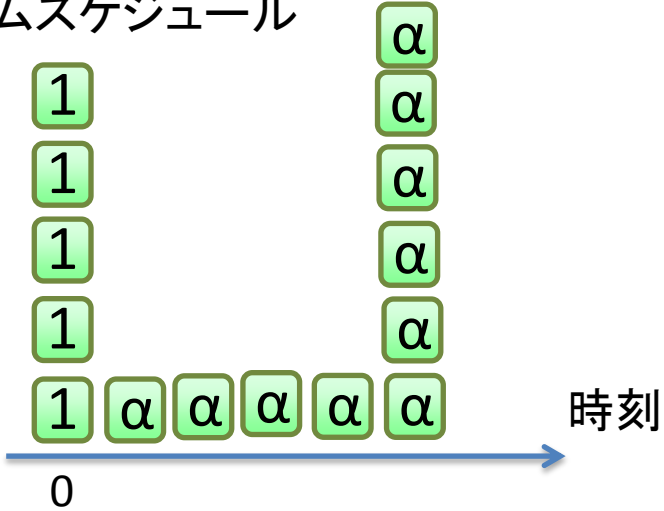
タイムスケジュール



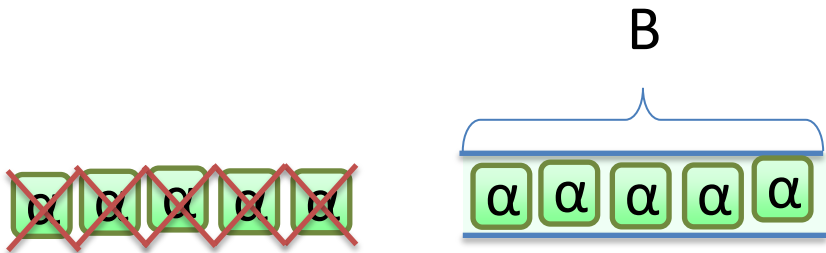
# Two-Valued, preemptive, FIFO



タイムスケジュール



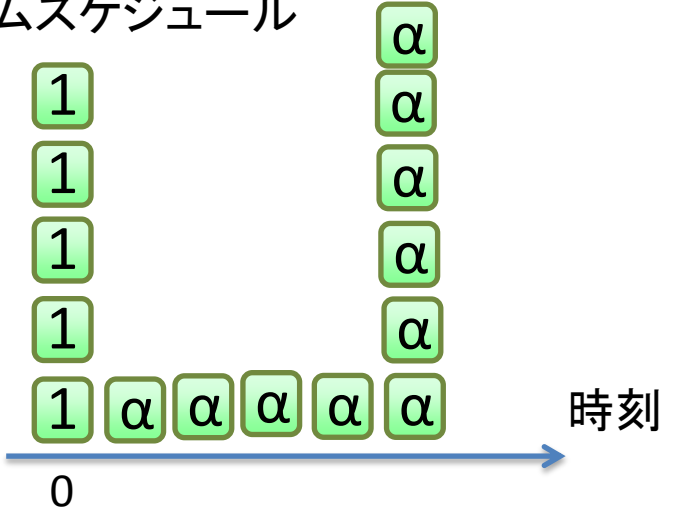
# Two-Valued, preemptive, FIFO



$$\text{利得} = B + B \alpha$$



タイムスケジュール





# Two-Valued, preemptive, FIFO

- Two-Valued, preemptive, FIFO モデルの競合比

決定性

– 上限 1.282 [M. Englert and M. Westermann 2006]

– 下限 1.282 [A. Kesselman, et al. 2006]

乱択

– 上限 1.25 [N. Andelman 2005]

– 下限 1.197

# General-Valued, preemptive, FIFO

- General-Valued, preemptive, FIFO モデルの競合比

決定性

- 上限 1.732 [M. Englert and M. Westermann 2006]
- 下限 1.419 [A. Kesselman, et al. 2003]

乱択

- 上限 1.75 [N. Andelman 2005]
- 下限 1.25 [Y. Bartal, et al. 2004]  
(for  $B \rightarrow \infty$ )

# その他のモデル

- Bounded-Delay モデル
  - 各パケットの配送に deadline が設けられたモデル
    - 伝統的なスケジューリング問題に似ている
- Multiple Input/Output モデル
- 他いろいろ