ZDDを用いたパスの列挙
～打倒Knuthを目指して～

斎藤 寿樹
ERATO湊離散構造処理系プロジェクト研究員

共同研究
鈴木 拡（北海道大学）
湊 真一（北海道大学・ERATO総括）

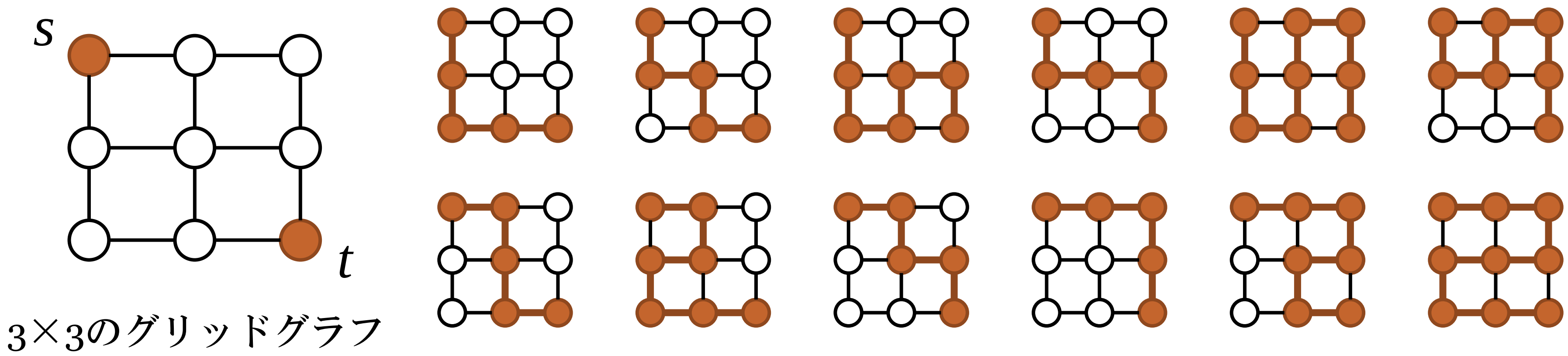
2010年11月30日(火)

自己紹介：斎藤 寿樹

- ERATO 研究員
  - 2010年4月～
- 博士号取得
  - 北陸先端科学技術大学院大学
  - 2010年3月
  - 指導教員：折り紙博士U先生
- 研究分野
  - グラフアルゴリズム
    - グラフ同型性判定，ランダム生成・列挙，グラフ再構築，部分グラフ同型性判定
- 最近の研究
  - VSOP(ZDDパッケージ)を使って遊ぶ！

パスの列挙

- 入力：グラフG=(V, E)，2頂点 s, t
- 出力：s からt までのパスを列挙（保持したZDD）



•ZDDの演算だけの単純なアルゴリズムを作れないか？

ZDDの演算のみを使ったパスの列挙

- 各頂点に対し，次の集合を定義
  - F_v : 頂点 s から v へのパスの集合

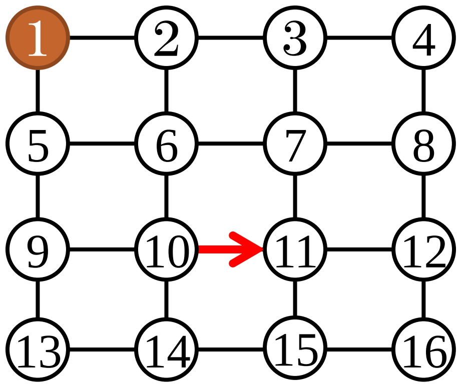
Procedure *Update*

$I(v)$: 頂点 v の接続辺集合

1. 各辺$e_{u,v}$に対し，以下を繰り返す
2. $F_v = F_v \cup \boxed{(\ (F_u \bmod I(v))\ \mathrm{join}\ \{\{e_{u,v}\}\}\ )}$

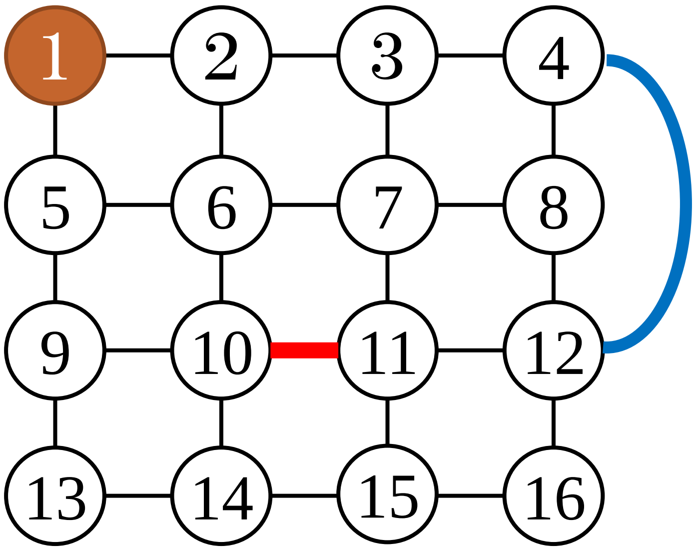
•頂点u に接続している辺を使わない v を終点とするパス
•上のパスに$e_{u,v}$を追加した u を終点とするパス

Procedure *Update* をすべてのF_vが収束するまで繰り返す



応用例

- 辺が断裂してもすぐ対応できる
- 新たな頂点や辺を追加しても，簡単に更新できる
- 次の経路の列挙が簡単にできる
  - 頂点 s を端点とするハミルトンパス
  - 頂点 s を含んだサイクル
  - ハミルトンサイクル



計算機実験

Integer Sequences:
http://www.research.att.com/~njas/sequences/

cypath

Displaying 1-1 of 1 results found. page 1

Format: long | short | internal | text Sort: relevance | references | number Highlight: on | off

A007764 Number of nonintersecting (or self-avoiding) rook paths joining opposite corners of an n X n grid. +0 9

1, 2, 12, 184, 8512, 1262816, 575780564, 789360053252, 3266598486981642, 41044208702632496804, 1568758030464750013214100, 182413291514248049241470885236, 64528039343270018963357185158482118 (list; graph; listen)

OFFSET 0,2

COMMENT The length of the path varies.

REFERENCES S. R. Finch, Mathematical Constants, Cambridge, 2003, pp. 331-339.
D. E. Knuth, personal communication.
Netnews group rec.puzzles, Frequently Asked Questions (FAQ) file. (Science Section).
D. E. Knuth, 'Things A Computer Scientist Rarely Talks About,' CSLI Publications, Stanford, CA, 2001, pages 27-28.

8	64	789,360,053,252	1603.251	

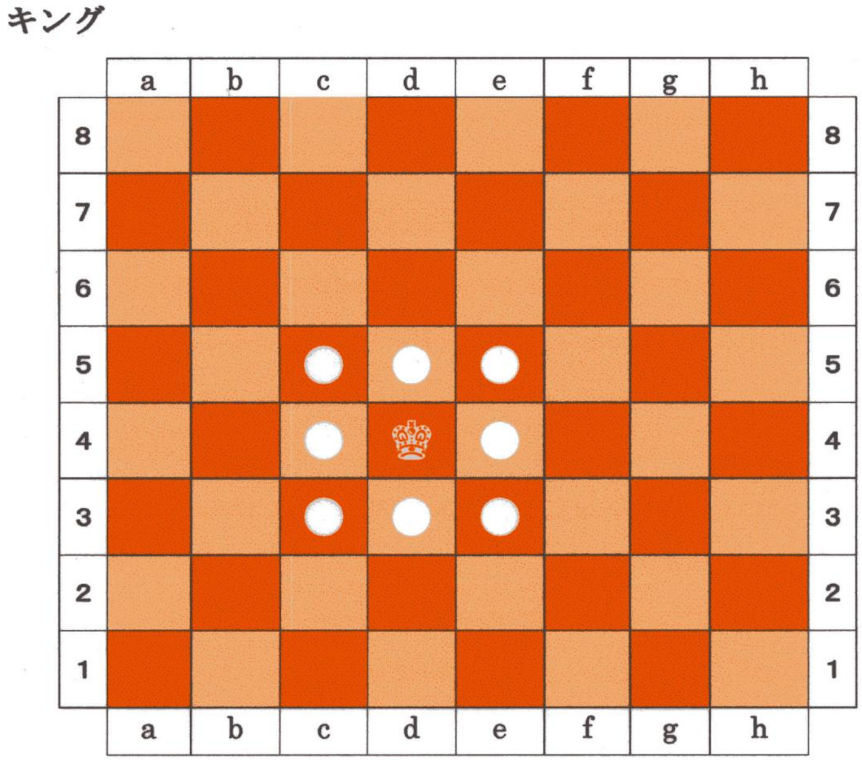
（27分弱）　（19分弱）

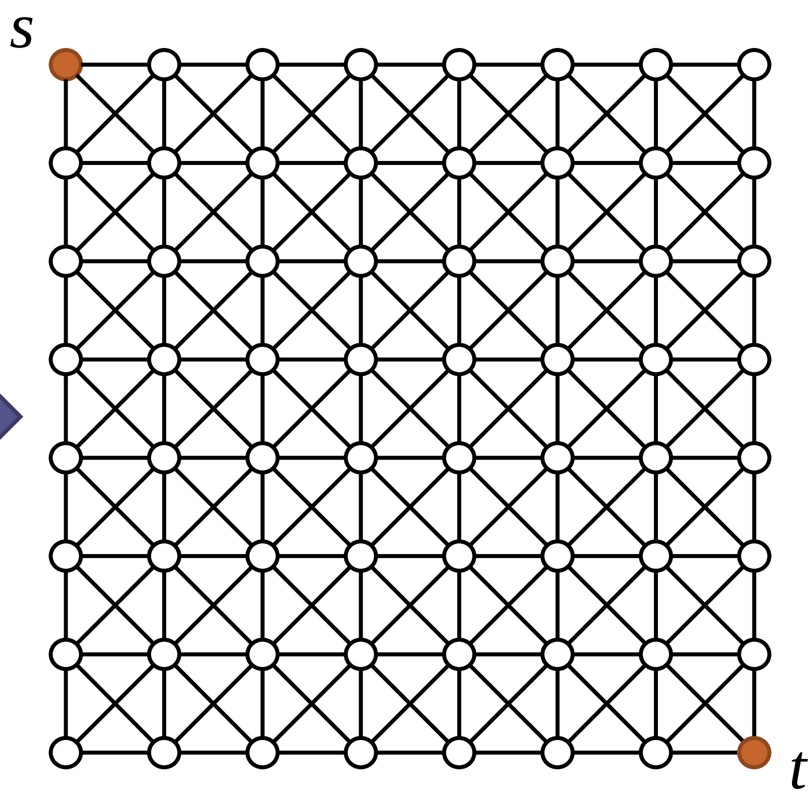
今後の課題

- アルゴリズムの改良・理論的な解析
- その他の手法との比較
  - Knuth法(The Art of Computer Programming 7.1.4)
  - Counting the Number of Paths in a Graph via BDDs [Sekine and Imai, 97]
  - The Theory of Zero-Suppressed BDDs and the Number of Knight's Tours [Schroer and Wegener 98]
- その他のグラフ構造の列挙
  - コードレスパス・サイクル
  - 全域木
  - 独立点集合，マッチング　などなど
- 実応用への適用
- "しりとり"をすべて列挙せよ！
  - 既存研究：最も長いしりとり
    - トリビアの種（2004年3月3日）
    - 75,575語　（単語数：15万4150語）
    - 最後の単語：るすばん

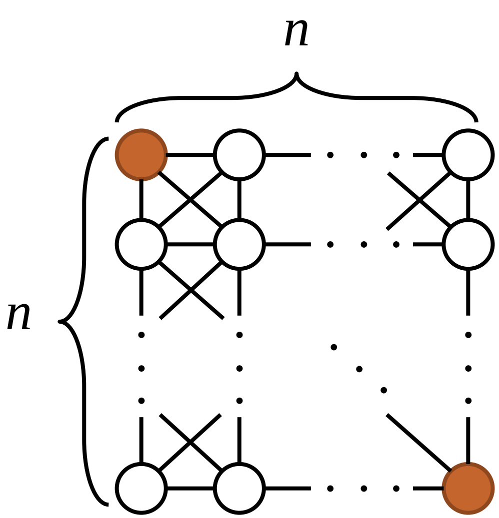
The Art of Computer Programming 7.1.4

- Exercise 231 (King travel)
  - キングの旅行経路をすべて列挙せよ
    - ある角から反対側の角までの経路
    - 同じセルは二度通ってはいけない



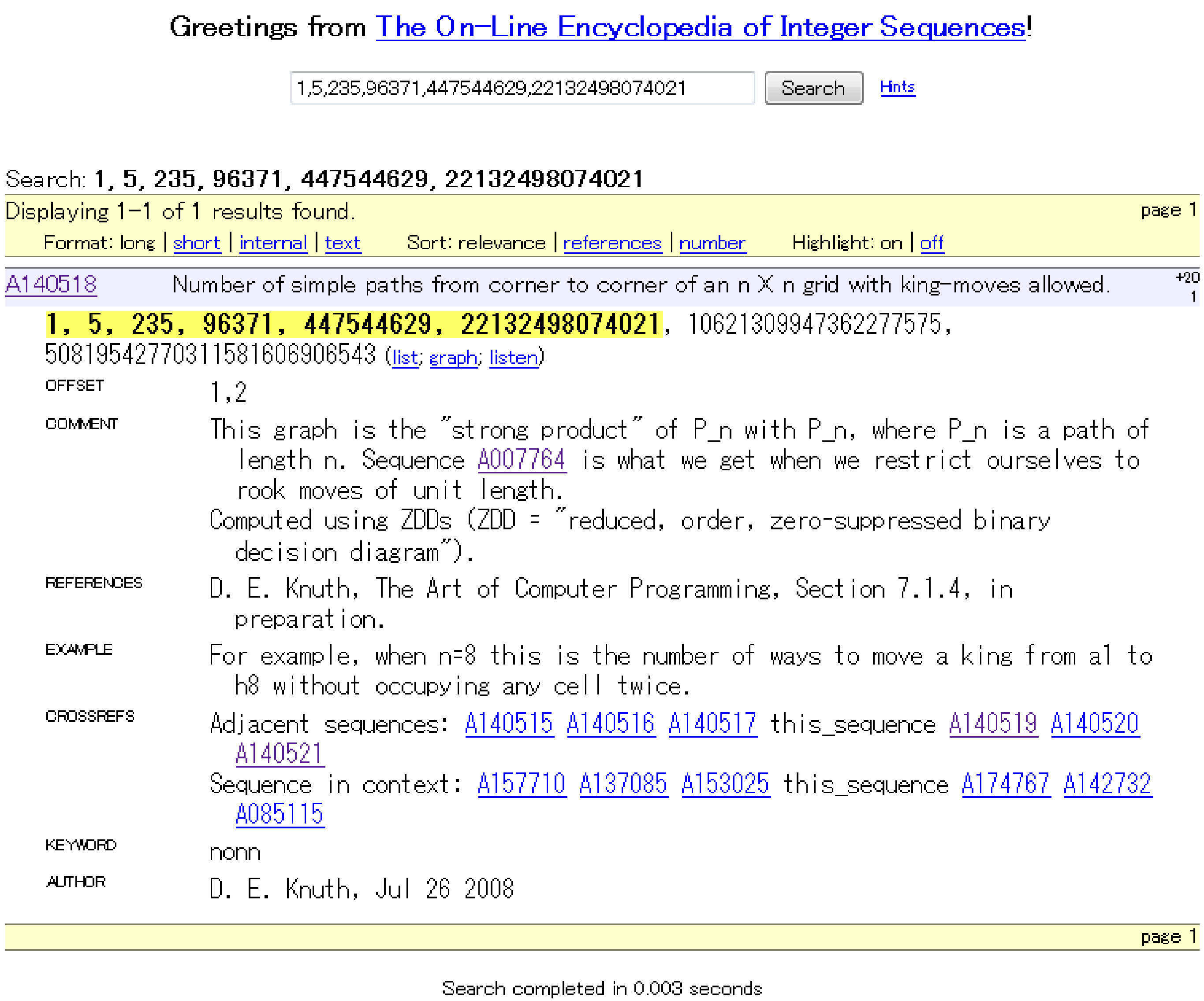


Exercise 231　実験結果



n	パスの数	計算時間(sec)
1	1	自明
2	5	0.017
3	235	0.035
4	96,371	0.999
5	447,544,629	37.114
6	22,132,498,074,021	3185.362
7		
8		

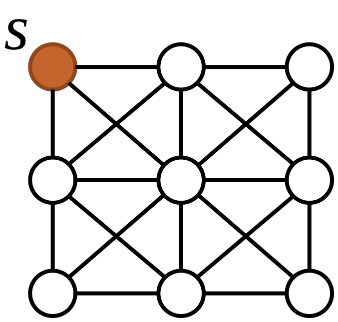
Exercise 231 Integer Sequences



Exercise 232 (King’s tours)

- キングの周遊(サイクル)経路をすべて列挙せよ
  - すべてのセルを通らなければならない
  - 同じセルは二度通ってはいけない
    - ハミルトンサイクル

先ほどのアルゴリズムはそのまま使えない！



頂点ｓから始まり，頂点ｓで終わる経路

ハミルトンサイクルである条件

- 連結成分が一つ
- すべての頂点の次数が２

Exercise 232 (King's tours)

- アルゴリズム
  - F_v : 頂点 s から v への「すべての」パスの集合
  - $C_2 = (F_2 \text{ mod } \{\{e_{s,2}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,2}\}\}$
  - $C_3 = (F_3 \text{ mod } \{\{e_{s,3}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,3}\}\}$
  - $C_4 = (F_4 \text{ mod } \{\{e_{s,4}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,4}\}\}$
  - $F = C_2 \cup C_3 \cup C_4$ (Fは頂点 sと連結なすべてのサイクル)
  - Fの中からすべての頂点の次数が2のものを取り出す

・除算とJoinを使って，がんばればできる！